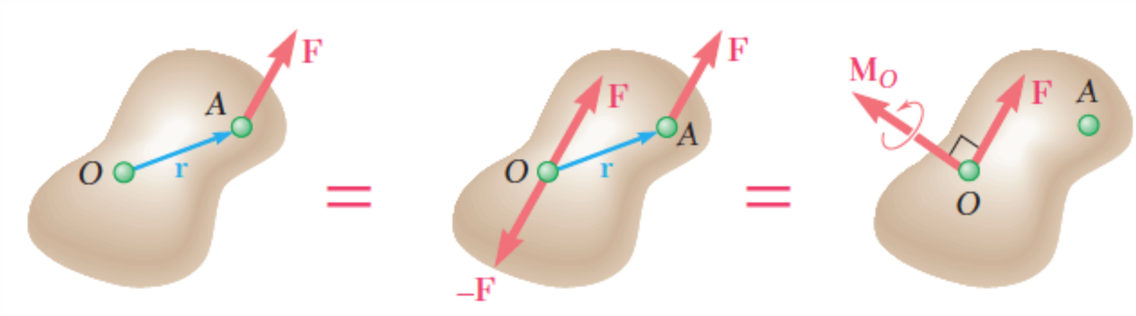
Estática

Cuerpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Fuerza

Manuel Cardona

www.mcardona.net

Descomposición de una Fuerza en un Sistema Fuerza - Par

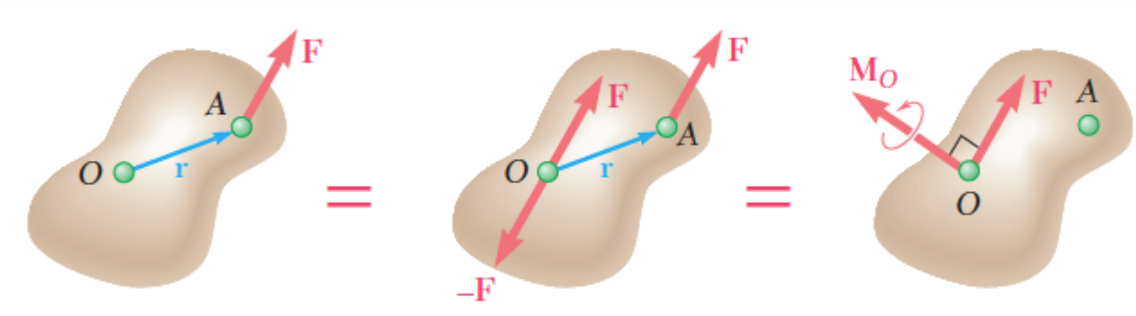


- El vector fuerza F no se puede mover al punto O sin modificar el efecto que F tiene sobre el cuerpo rígido.

- Sin embargo, pueden unirse dos fuerzas al pun to O, una igual a F y otra igual a F, sin modificar el efecto que la fuerza original tiene sobre el cuerpo rígido.

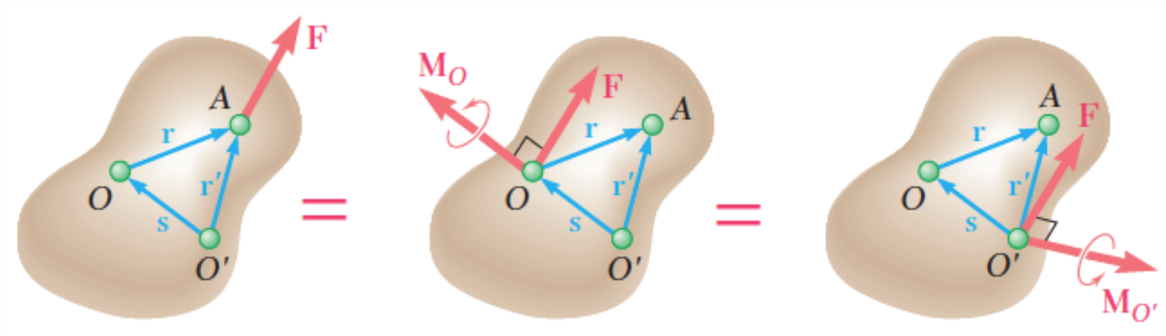
- Las tres fuerza resultantes se pueden reemplazar por un sistema equivalente formado por una fuerza y un par.

Descomposición de una Fuerza en un Sistema Fuerza - Par



- Por lo tanto, cualquier fuerza F que actúe sobre un cuerpo rígido puede ser trasladada a un punto arbitrario O siempre y cuando se agregue un par cuyo momento sea igual al momento de F con respecto a O.

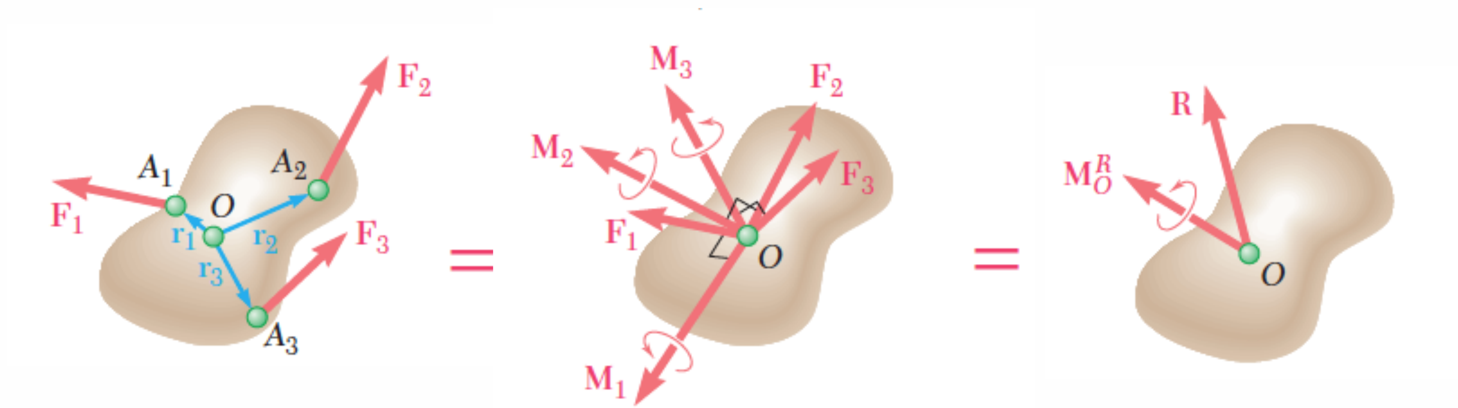
Descomposición de una Fuerza en un Sistema Fuerza - Par



- Si la fuerza F se hubiera trasladado del punto A a un punto diferente O’, se tendría que calcular el momento de F con respecto a O’.
- La relación que existe entre los momentos de F con respecto a O y a O’ se obtiene.

$$\vec{M}_{O'} = \vec{r}\,' \times \vec{F} = \left(\vec{r} + \vec{s}\right) \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F} + \vec{s} \times \vec{F}$$
$$= \vec{M}_O + \vec{s} \times \vec{F}$$

Descomposición de un Sistema de Fuerzas en un Sistema Fuerza - Par



- Aplicando el concepto anterior, se puede establecer que un sistema de fuerzas se pueden remplazar por una colección de fuerzas y pares actuando en un punto específico.

- Para ello se deberá de trasladar cada fuerza al punto elegido y agregar el momento de cada fuerza con respecto a ese punto.

- Luego se puede obtener un único sistema fuerza - par a partir de:

$$\vec{R} = \sum \vec{F} \qquad \vec{M}_O^R = \sum \left(\vec{r} \times \vec{F} \right)$$

Resultante de Cualquier Sistema de Fuerzas

- Inicialmente se calcula un sistema equivalente aplicado en cualquier punto. Generalmente, este sistema equivalente en un punto, es un sistema fuerza - par ($\vec{R}$, $\vec{M}_O^R$).

- Cuando se calcula el sistema fuerza - par equivalente puede suceder:

1. $\overrightarrow{M}_0^R = 0$

   - Que el momento resultante sea cero. Entonces, la resultante es **R**, y su línea de acción pasa por el punto elegido (Centro de momentos).

Resultante de Cualquier Sistema de Fuerzas

2. R=0

- Que la fuerza resultante sea cero, en este caso, la resultante es un momento. Este momento resultante es producido por un par resultante, el cual se puede aplicar en cualquier punto. Si este es el caso, el sistema estaría compuesto solo por pares.

3. M=0 y R=0

- En este caso el sistema no tendría resultante, es decir, el sistema estaría en equilibrio.

4. M≠0 y R≠0

- Si tanto la fuerza resultante como el momento resultante no son sero, entonces se tendría un sistema fuerza - par, en este caso, la resultante puede ser una fuerza o un torsor (llave de torsión).

  - Si R y M son perpendiculares, la resultante es una fuerza y solo faltaría encontrar su línea de acción.

  - Si R y M no son perpendiculares, la resultante es un torsor.

Reducción a una Llave de Torsión o Torsor

- En el caso general de un sistema de fuerzas en el espacio, el sistema equivalente fuerza - par en O consta de una fuerza R y un vector de par M, ambos distintos de cero, que no son perpendiculares entre sí. Por tanto, el sistema de fuerzas no puede ser reducido a una so la fuerza o a un solo par.

- A este sistema fuerza - par, en particular, se le conoce como llave de torsión debido a que la combinación resultante de empuje y torsión es la misma que produciría una llave de torsión real.

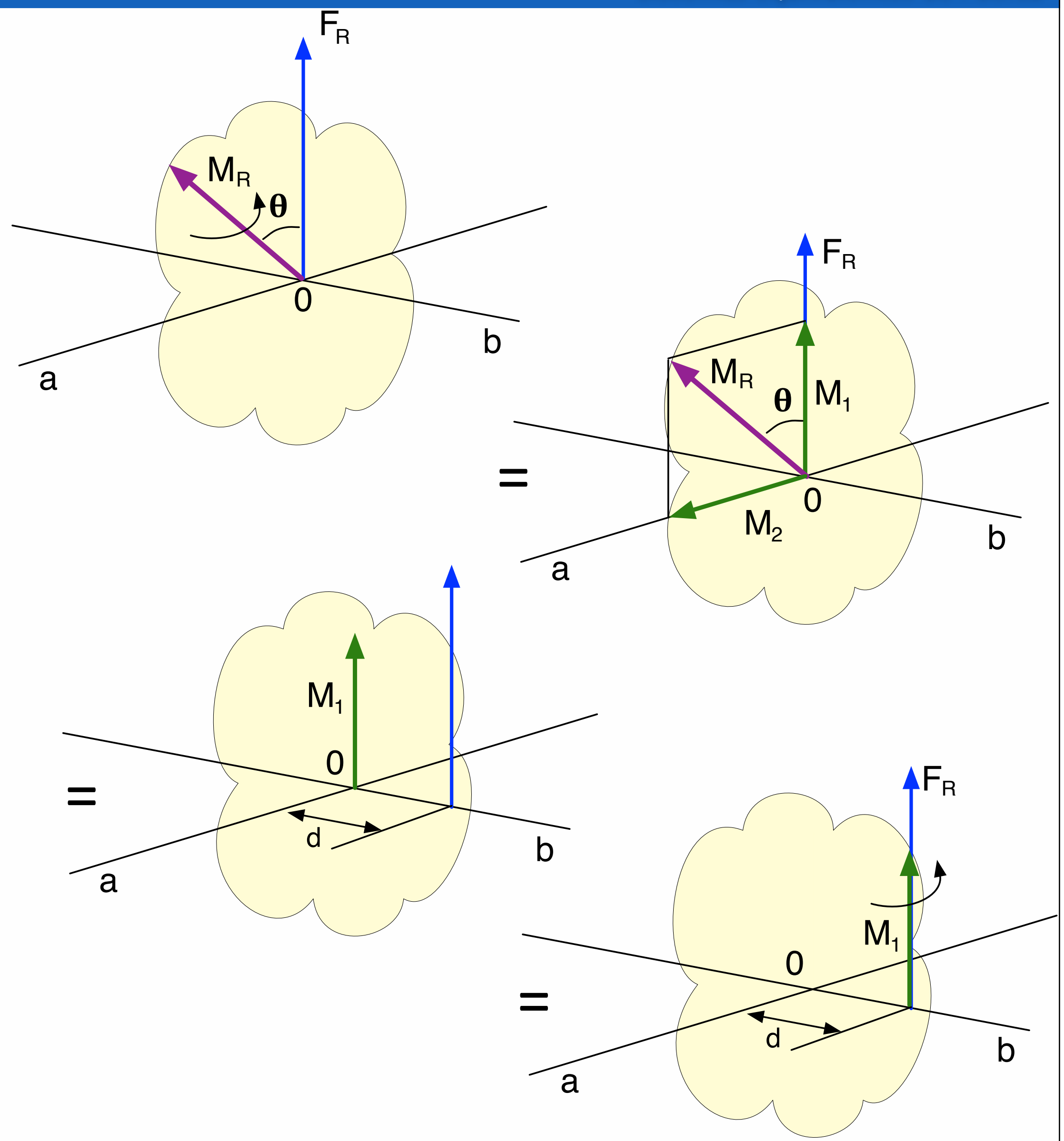
Reducción a una Llave de Torsión o Torsor

- El momento resultante se puede descomponer en M1 y M2.

- La componente del momento resultante M2 se puede eliminar, al trasladar adecuadamente la fuerza resultante.

- Cuando se traslada la fuerza resultante se debe escojer un punto que cumpla con:

$$\overrightarrow{M}_2 + \overrightarrow{d} \times \overrightarrow{F}_R = 0$$



Reducción a una Llave de Torsión o Torsor

- A la línea de acción de **R** se le conoce como eje de la llave de torsión.

- La razón M_1/R, se le denomina paso de la llave de torsión, es decir:

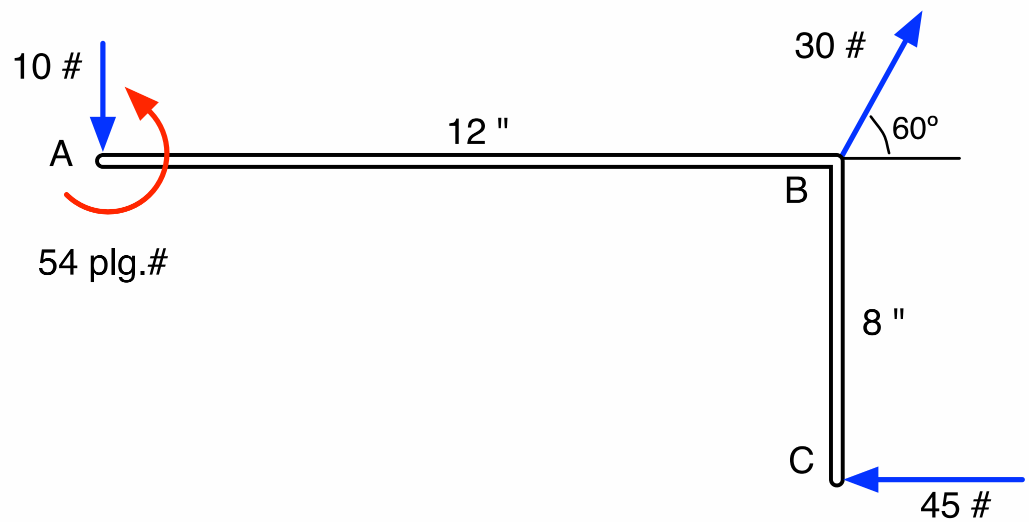
$$\rho = \frac{M_1}{R}$$

Pasos

1. $\overrightarrow{F}_1, \overrightarrow{F}_2, \overrightarrow{F}_3 \ldots$
2. $\overrightarrow{R} = \sum \overrightarrow{F}$
3. $\overrightarrow{M}_0^R = \sum \overrightarrow{M}_0$
4. $\hat{e}_R = \dfrac{\overrightarrow{R}}{R}$
5. $M1 = \overrightarrow{M}_0^R \cdot \hat{e}_R \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{M}_1 = M_1 \hat{e}_R$
6. $\overrightarrow{M}_1 + \overrightarrow{M}_2 = \overrightarrow{M}_0^R \quad \rightarrow \overrightarrow{M}_2 = \overrightarrow{M}_0^R - \overrightarrow{M}_1$
7. $\overrightarrow{M}_2 + (\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{R}) = 0$

Ejemplo 1

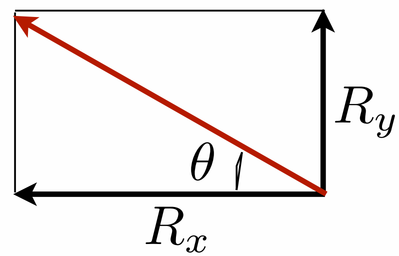
- La figura muestra un sistema de fuerzas coplanares. Determine la resultante.



Solución

$$\sum F_x = R_x$$
$$R_x = 30cos60 - 45$$
$$R_x = -30 \quad \#$$

$$\sum F_y = R_y$$
$$R_y = 30sen60 - 10$$
$$R_y = 16 \quad \#$$



$$R = \sqrt{(30)^2 + (16)^2}$$
$$\boxed{R = 34 \quad \#}$$

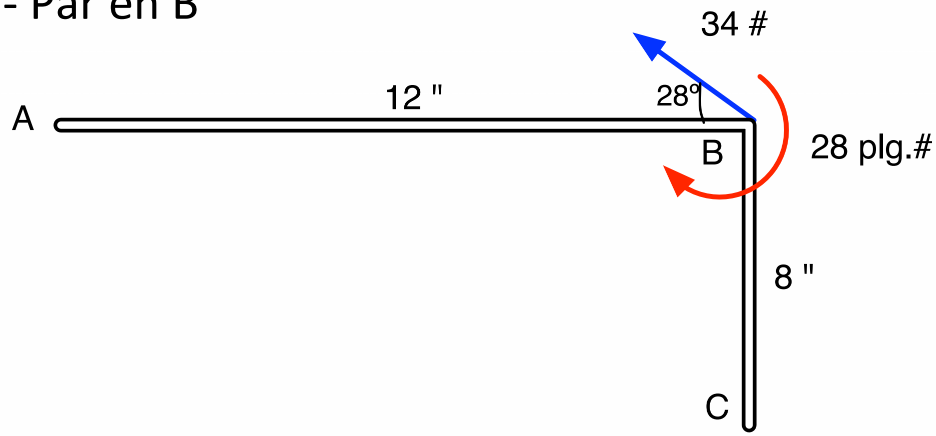
$$\theta = tg^{-1}\frac{16}{30}$$
$$\boxed{\theta = 28^\circ}$$

Calculando el momento resultante en B

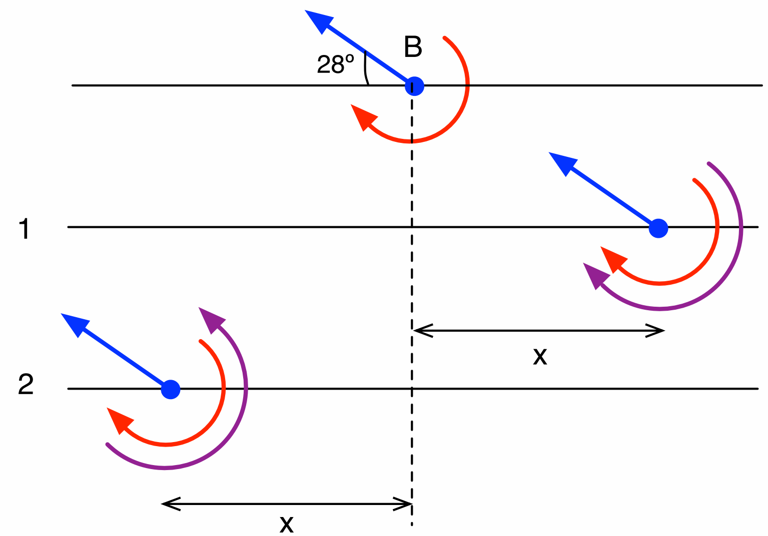
$$M_B^R = \sum M_B$$
$$M_B^R = 54 + (12)(10) - (8)(45)$$
$$M_B^R = -186 \quad plg.\#$$
$$\boxed{M_B^R = 186 \quad plg.\#}$$

Solución

Sistema Fuerza - Par en B



Buscando la línea de acción de la resultante



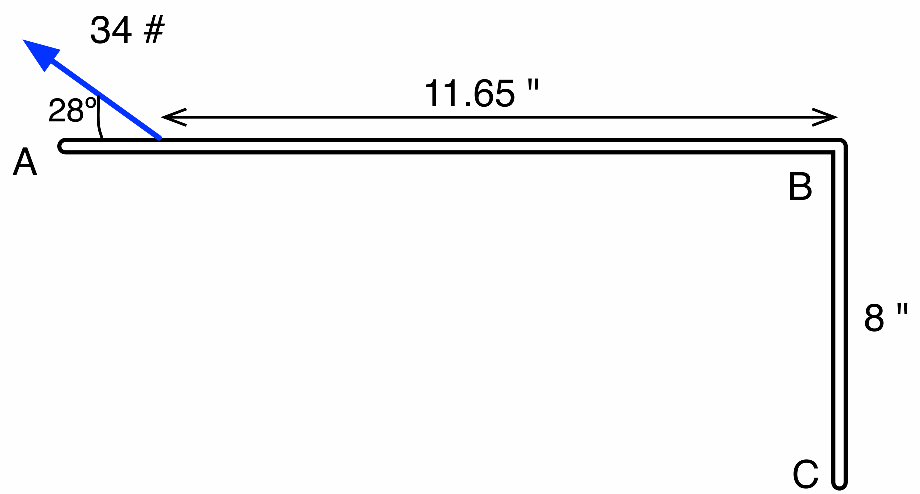
Solución

$$M_B^R + (x)(Rsen\theta) = 0$$

$$-186 + (x)(34sen28) = 0$$

$$x = \frac{186}{(34sen28)}$$

$$\boxed{x = 11.65 \quad plg}$$



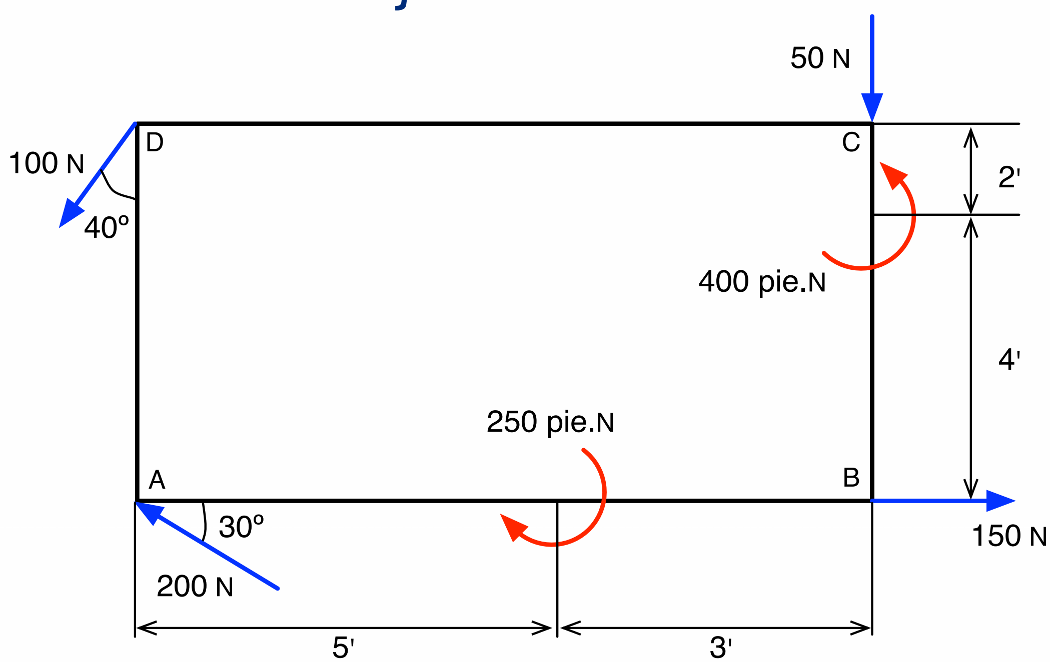
Ejercicio 1

- Para el problema anterior, determine un sistema equivalente de 2 fuerzas paralelas aplicadas una en A y la otra en B. R / 33 #.

- Para el problema anterior, determine un sistema equivalente de 2 fuerzas paralelas aplicadas una en B y la otra en C. R / 26.3 #

Ejercicio 2

- La Figura muestra un sistema de fuerzas coplanares, determinar la resultante (Tome A como centro de momentos).



R./ 91.5 N, 196.9º
1.5 pies arriba de A

Ejemplo 2

- Tres cables están unidos a una ménsula, como se muestra en la figura. Reemplace las fuerzas que ejercen los cables por un sistema equivalente fuerza - par en A.